

1 次関数 $y = ax + b$ のグラフ

$y = ax + b$ のグラフは 直線 になる。

a を 傾き といい、グラフの 向き

を表す。

b を (y)切片 といい、グラフが y 軸

と交わる座標を表している。

また、1 次関数においては、 a を

変化の割合 ということもある。(入試の際に使われることがあるので注意)

直線が一本に決まる (定まる) 条件は、次の 2 つのパターンである。

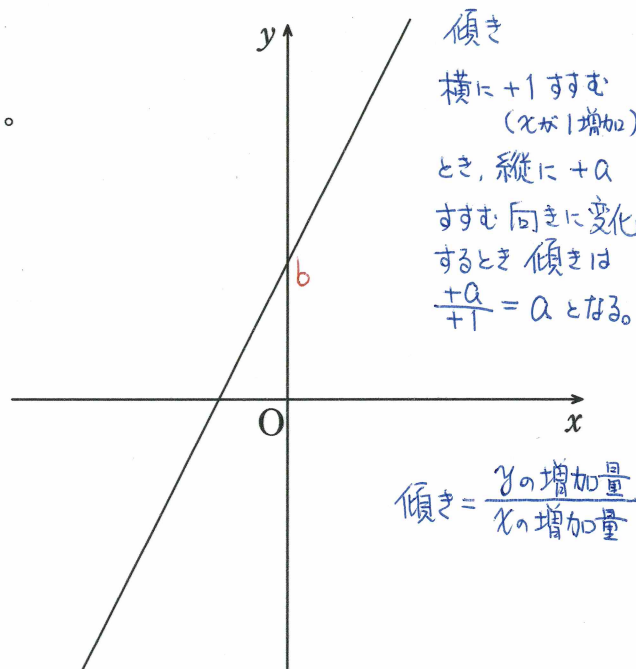
- ① 「1 点と傾き」がわかっている
② 「通る点 2 点」がわかっている

したがって、どちらかの条件が与えられたとき、直線の方程式を求めることができる。

① のとき 1 次方程式で解く

② のとき 連立 1 次方程式で解く

では、実際に教科に掲載されている問題をチェックしてみよう。



問題 次のような 1 次関数の式を求めなさい。

- (1) 変化の割合が -3 で、 $x=1$ のとき $y=2$ である。

(傾き $a = -3$)

点 $(1, 2)$ を通る → 求める式に代入してよい

$y = ax + b$ に $a = -3, x = 1, y = 2$ を代入すると

$$2 = -3 \times 1 + b$$

$$b = 5$$

よって、求める 1 次関数の式は $y = -3x + 5$

- (2) グラフの傾きが 3 で、点 $(2, 11)$ を通る直線である。

(傾き $a = 3$)

(1) と同様にして $y = ax + b$ に $a = 3, x = 2, y = 11$ を代入すると

$$11 = 3 \times 2 + b$$

$$b = 5$$

よって、求める 1 次関数の式は $y = 3x + 5$

- (3) x の値が 1 増加すると y の値が 1 減少し、 $x=4$ のとき $y=6$ である。

(傾き -1 ということだから $a = -1$)

点 $(4, 6)$ を通る

$y = ax + b$ に $a = -1, x = 4, y = 6$ を代入すると

$$6 = -1 \times 4 + b$$

$$b = 10$$

よって、求める 1 次関数の式は $y = -x + 10$

- (4) グラフが、点 $(-2, -4)$ を通り、直線 $y = 5x - 3$ に平行な直線である。

(傾きが 5 とわかる)

$y = ax + b$ に $a = 5, x = -2, y = -4$ を代入すると

$$-4 = 5 \times (-2) + b$$

$$b = 6$$

よって、求める 1 次関数の式は $y = 5x + 6$

- (5) グラフが 2 点 $(-1, -4), (5, -1)$ を通る直線である。

$y = ax + b$ に通る点 2 つの座標をそれぞれ代入した式をつくり連立すると

$$\begin{cases} -4 = -a + b & \dots \textcircled{1} \\ -1 = 5a + b & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

となり、これを解くと、 $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2}$

よって、求める 1 次関数の式は $y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$

2 乗に比例する関数 $y=ax^2$ のグラフ

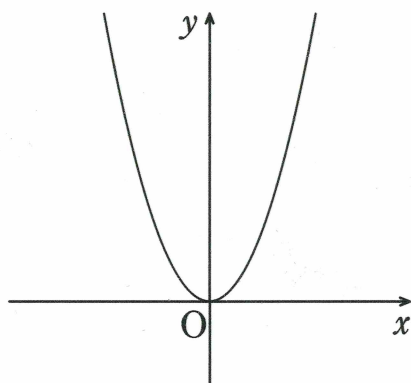
$y=ax^2$ のグラフは 放物線 であり、必ず 原点 (これを頂点と呼ぶ) を通る。

また、グラフは y 軸について 左右対称 な形になる。(これ大事な性質)

グラフは、 $a>0$ のときは 上に開いている、 $a<0$ のときは 下に開いている

という。

下のグラフは $a>0$ のときになります。



a の値によって、グラフの「開き具合」が変わることの知っておきましょう。

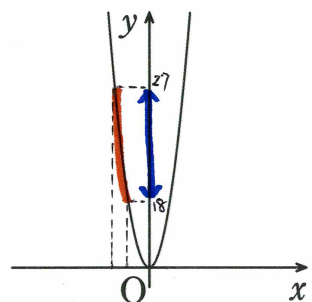
ここからは、この関数に関する基本問題をチェックしておこう。

問1 関数 $y=3x^2$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

(1) $-3 \leq x \leq -2$

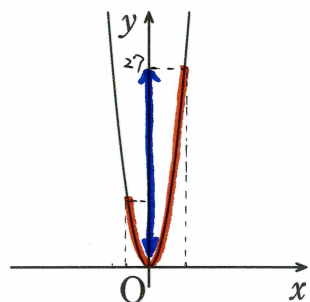
(2) $-2 \leq x \leq 3$

(3) $2 \leq x \leq 3$



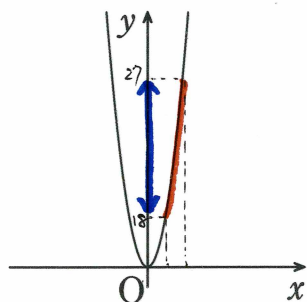
図より

$18 \leq y \leq 27$



図より

$0 \leq y \leq 27$



図より

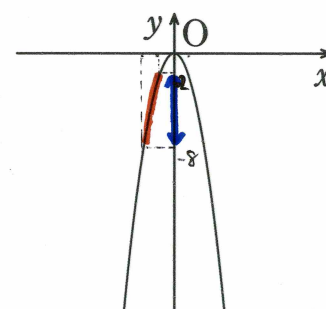
$18 \leq y \leq 27$

問2 関数 $y=-2x^2$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

(1) $-2 \leq x \leq -1$

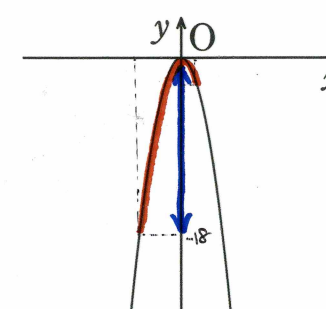
(2) $-3 \leq x \leq 1$

(3) $2 \leq x \leq 3$



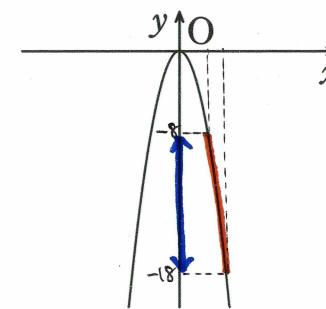
図より

$-2 \leq y \leq -8$



図より

$0 \leq y \leq -18$



図より

$-8 \leq y \leq -18$

問3 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1 から 3 まで

(2) -3 から 0 まで

<解答>

(1) 2 点 $(1, \frac{1}{2})$ と $(3, \frac{9}{2})$ を結んだ直線の傾きを求めるから、

$$\frac{\frac{9}{2} - \frac{1}{2}}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{求める変化の割合は, } \underline{2}$$

(2) 2 点 $(-3, \frac{9}{2})$ と $(0, 0)$ を結んだ直線の傾きを求めるから、

$$\frac{0 - \frac{9}{2}}{0 - (-3)} = \frac{-\frac{9}{2}}{3} = -\frac{3}{2} \quad \text{求める変化の割合は, } \underline{-\frac{3}{2}}$$

問4 関数 $y=ax^2$ のグラフが次の点を通るとき、 y を x の式で表しなさい。

(1) 点 $(-2, 8)$

(2) 点 $(6, -3)$

<解答>

(1) $8 = a \times (-2)^2$

$a = 2$

求める式は $y = 2x^2$

(2) $-3 = a \times 6^2$

$a = -\frac{1}{12}$

求める式は $y = -\frac{1}{12}x^2$

- ① 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域は $b \leq y \leq 18$ であった。このとき、 a, b の値を求めなさい。

<解答>

$-2 \leq x \leq 3$ という条件から、原点 ($x=0$) を含んでいるので、 y の変域は「 $0 \leq y \leq \square$ 」または「 $\triangle \leq y \leq 0$ 」となるはず。問題文で y の変域は $b \leq y \leq 18$ となっているので、 $b=0$ がわかる。また、 y の最大値が 18 から、 $a > 0$ ということもわかった。

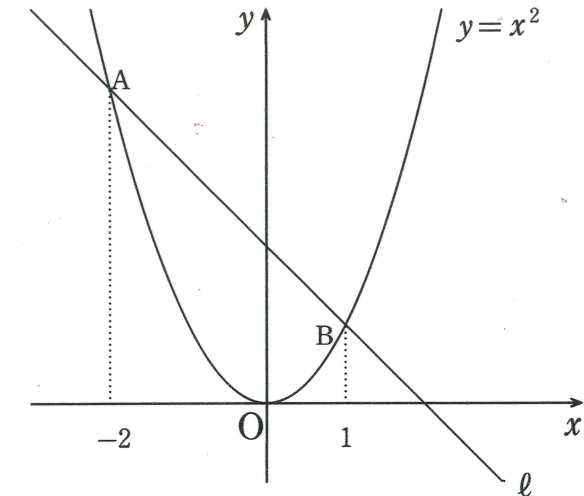
$y=ax^2$ のグラフの特徴から、 x の値が、原点から遠くなるほど y の値が大きくなるので、 $x=3$ のとき $y=18$ と読み取れる。これを $y=ax^2$ に代入する。

$$18 = a \times 3^2$$

$$a = 2$$

したがって、 $a=2, b=0$ となる。

- ② 右の図において、次の各問いに答えなさい。



- (1) 直線 l の傾きを求めなさい。

l を求めるためのヒントは、点 A、点 B であるので、これらの座標をもとめる。
A(-2, 4), B(1, 1) とわかる。これを $y=ax+b$ にそれぞれ代入して連立方程式をつくと、

$$\begin{cases} 4 = -2a + b \\ 1 = a + b \end{cases} \quad \text{となる。これを解くと、} \quad a = -1, b = 2$$

したがって、 $a = -1$ (これにより、1 次関数の式は $y = -x + 2$)

- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

< $\triangle OAB$ を二つに分けて求める方法>

l と y 軸との交点を C とする。点 C の座標は (0, 2) である。(1) より

$$\triangle OAC \text{ の面積} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

$$\triangle OBC \text{ の面積} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$$

よって、 $\triangle OAB$ の面積は 3

<別解>

点 A、点 B から x 軸 に下した垂線の足をそれぞれ D、E としたときの台形 ADEB の面積から $\triangle OAD$ と $\triangle OBE$ の面積を引く方法

$$(1+4) \times 3 \times \frac{1}{2} - 1 \times 1 \times \frac{1}{2} - 2 \times 4 \times \frac{1}{2} = 3$$

(台形 ADEB) ($\triangle OBE$) ($\triangle OAD$)